

Розробка методики синтезу електромеханічних систем з каскадним ввімкненням регуляторів дробового порядку та їх дослідження

Б. Л. Копчак, Я. Ю. Марущак, А. П. Кушнір

Запропоновано підхід до синтезу контурів систем автоматичного керування на основі дробового характеристичного поліному, який дозволяє забезпечувати бажану якість перехідного процесу за умови реалізації певної структури дробового регулятора, яка залежить від передавальної функції об'єкта керування. Застосування дробових бажаних форм розширює гамму можливих налаштувань регуляторів дробового порядку при синтезі контурів електромеханічних систем, забезпечує кращу якість перехідних процесів, порівняно з регуляторами цілого порядку, і тим самим підвищує ефективність синтезованих систем. На основі отриманих результатів досліджень для налагодження контурів електромеханічних систем можна рекомендувати запропоновані дробові бажані форми, як такі, що задовольняють бажані вимоги до систем керування електромеханічних систем. Побудова електромеханічних систем за принципом керування з послідовною корекцією має суттєву перевагу над іншими системами, завдяки простоті налаштування кожного з контурів, а також можливості реалізації обмеження координат регулювання. Розроблена методика структурно-параметричного синтезу регуляторів дробового порядку за умови їх каскадного ввімкнення в багатоконтурних електромеханічних системах та наведено алгоритм синтезу регуляторів дробового порядку відповідних контурів регулювання. Проведено синтез електромеханічної системи з каскадним ввімкненням регуляторів шляхом застосування удосконаленого методу узагальненого характеристичного полінома для вибору структури і параметрів регуляторів дробового порядку та застосування бажаної форми дробового порядку. Як приклад, розглянуто двоконтурну систему підпорядкованого регулювання, де об'єктом регулювання є електропривод «тиристорний перетворювач – двигун». Досліджено вплив синтезованих регуляторів дробового порядку на динамічні властивості електромеханічної системи «тиристорний перетворювач – двигун». Проведені дослідження показали можливість реалізації каскадно ввімкнених регуляторів для електромеханічних систем, де поєднуються контури з передавальними функціями цілого і дробового порядку, а також систем з контурами тільки дробового порядку

Ключові слова: електромеханічна система, регулятори дробового порядку, синтез, передавальні функції дробового порядку

1. Вступ

Стосовно електромеханічних систем (ЕМС) найчастіше доводиться стикатися зі структурно-параметричними методами синтезу. Особливістю таких систем є:

- поряд з розподілом системи на дві частини, а саме: об'єкт керування та корегувальну ланку (регулятор), дуже часто інерційністю окремих функціона-

льних частин корегувальних ланок можна нехтувати у порівнянні з інерційністю самого об'єкта керування;

– використання типових регуляторів.

Тому загальна задача синтезуючих ЕМС зводиться до вибору типового регулятора, який забезпечує заданий закон керування.

Значні успіхи в проектуванні ЕМС були пов'язані з переходом до синтезу оптимальних систем підпорядкованого регулювання (СПР), запропонованих Кеслером. В таких системах реалізовано принцип послідовної корекції завдяки каскадному ввімкненню регуляторів кожної координати регулювання [1, 2].

Кожен контур такої системи зводиться до ланки другого порядку, яка описується наступним характеристичним поліномом:

$$H(s) = T^2 s^2 + 2\xi Ts + 1.$$

Якщо коефіцієнт демпфування $\xi = \frac{\sqrt{2}}{2} = 0,707$, то динамічні характеристики будуть наступними: величина перерегулювання $\sigma = 4,33\%$; час першого досягнення усталеного значення $t_n = 4,7T_\mu$, час регулювання $t_p = 8,4T_\mu$ (T_μ – мала некомпенсована стала часу контура регулювання відповідної координати). Такі характеристики динамічного процесу підпадають під клас технічно оптимальних і вони крім назви *Betragsoptimum* мають ще назву «модульного оптимуму». Синтез регуляторів відбувається саме з умови досягнення такого критерію регулювання кожної координати. Якщо змінити критерій оптимізації контурів СПР відповідно до якоїсь стандартної форми цілого порядку, то отримаємо регулятори в кожному контурі [3, 4], які забезпечать необхідні динамічні характеристики згідно вибраної форми розподілу коренів характеристичного рівняння на комплексній площині.

Побудова ЕМС за принципом керування з послідовною корекцією має суттєву перевагу над іншими системами, завдяки простоті налаштування кожного з контурів, а також можливості реалізації обмеження координат регулювання.

Як показують дослідження, застосування в ЕМС регуляторів дробового порядку дозволяє покращити якість перехідних процесів. При цьому є можливість підвищити запас стійкості порівняно з аналогічними системами, у яких використовуються класичні (цілого порядку) регулятори. Застосування регуляторів дробового порядку для керування виробничими процесами замість ПІД-регуляторів цілого порядку буде зростати за умови вирішення науково-прикладних проблем, пов'язаних із синтезом та реалізацією таких систем, а також методами їх налаштування. Проте на сьогоднішній день проблема синтезу та реалізації каскадно ввімкнених регуляторів дробового порядку, а також дослідження їх можливостей в автоматизованих ЕМС, потребує вирішення подальшого розвитку.

Таким чином, актуальність роботи в даному напрямку полягає в необхідності розроблення методів синтезу СПР, які описуються передавальними функціями дробового порядку. Такі системи з'являються, якщо об'єкт регулювання

описується дробовим порядком, або бажана стандартна форма відповідає характеристичному поліному дробового порядку [5, 6].

2. Аналіз літературних даних та постановка проблеми

Результати проведеного аналізу найновіших літературних джерел демонструють, що застосування дробового числення є одним з найперспективніших підходів до розроблення та дослідження сучасних ЕМС. В роботі [5] розглянуто застосування бажаних дробових форм під час синтезу одноконтурних систем керування. Для багатоконтурних систем процедура синтезу не розглядалася. В роботі [6] розглянуто застосування бажаних дробових форм для розширення діапазону можливих налаштувань регуляторів дробового порядку в синтезі електромеханічних систем, а також доведено що регулятори дробового порядку забезпечують кращу якість перехідних процесів порівняно з регуляторами цілого порядку. Експериментальні випробування контролерів дробового порядку, синтезованих запропонованими підходами, в системі керування швидкістю системи перетворювач частоти – асинхронний двигун, підтвердили ефективність з точки зору розширення можливостей регулювання дробового регулятора порівняно з класичним ПД-регулятором. Проте дані дослідження стосувалися лише одно контурних систем з одним зворотним зв'язком. В цій роботі, як і в попередній, процедура синтезу обмежується одним контуром.

В роботах [7, 8] показані переваги застосування дробових PI^λ -регуляторів в замкненій системі керування синхронного двигуна з постійними магнітами, що дало змогу отримати певні динамічні характеристики та забезпечити робастність системи. Проте, розглянутий в роботі [7] варіант синтезу не є уніфікований для різних контурів дробового порядку. Слід відзначити, що у публікації [8] застосовано еволюційний алгоритм синтезу дробових регуляторів, але не розроблена інженерна методика синтезу багатоконтурних ЕМС дробового порядку. В [9, 10] продемонстровано, що в замкнених системах керування швидкістю та положення двигунів постійного струму (ДПС) застосування PI^λ -регуляторів дробового порядку ефективніше порівняно з класичними ПІ-регуляторами при налаштуванні контурів на симетричний оптимум. Проте, дані дослідження стосуються лише одноконтурних систем. В роботі [11], при створенні нової системи керування асинхронним двигуном електричного транспортного засобу, використано PI^λ -регулятор і зроблено висновок, що правильно спроектований та реалізований $PI^\lambda D^\mu$ -регулятор кращий ніж класичний ПД. Такий самий висновок отримано в [12], де проведено дослідження $PI^\lambda D^\mu$ -регулятора дробового порядку для системи керування положенням механізму на основі ДПС з урахуванням насичення магнітної системи та пружності валу. Проте дані дослідження стосувалися лише одно контурних систем з одним регулятором.

Будь який синтез регуляторів ЕМС передбачає критерій оптимізації системи. Критерії оптимізації цілочисельних регуляторів достатньо розроблені у вигляді стандартних форм характеристичних поліномів. Аналогічним чином запропоновано стандартні (бажані) форми дробового порядку [5, 6], котрі використовуються для синтезу дробових ЕМС.

В роботі [13] проведено синтез ПІ- і ПД-регуляторів дробового порядку для керування швидкістю і положенням валу двигуна постійного струму з паралельним збудженням. Слід відзначити, що критерії оптимізації синтезу такої систем не розглядалися. Крім цього, в цій роботі немає уніфікованого підходу до синтезу регуляторів різних контурів. Результати експериментальних досліджень показали, що регулятори дробового порядку перевершують класичні регулятори з точки зору показників динамічних характеристик ЕМС. Слід відзначити, що недоліком даної роботи є те, що синтезувалися лише зовнішні регулятори швидкості і положення на основі загальної передавальної функції системи без дослідження і синтезу внутрішнього струмового контура. Такий самий недолік має робота [14]. Крім того, в ній для синтезу регуляторів використана загальна передавальна функція системи, для якої вхідним сигналом є напруга живлення якоря ДПС, а вихідним частота обертання вала. При такому підході не враховуються динамічні характеристики тиристорного перетворювача.

У роботах [15, 16] проведено порівняння різних методів еволюційної оптимізації для налаштування регуляторів дробового та цілочисельного порядку в системі керування швидкістю ДПС. Розглянуті три методики синтезу регуляторів: генетичний алгоритм, оптимізація рою частинок і диференціальна еволюція, результатом якої є порівняння на основі показників якості та стійкості розробленої системи. Проте і даним роботам притаманні ті ж недоліки, пов'язані з відсутністю синтезу внутрішнього контуру, а значить не можливістю реалізувати струмообмеження, необхідне для забезпечення відповідних динамічних характеристик.

Таким чином, невирішеною проблемою в розглянутих літературних джерелах є синтез багатоконтурних електромеханічних систем з каскадним (підпорядкованим) ввімкненням регуляторів дробового порядку і забезпеченням бажаних динамічних характеристик кожного контуру регулювання. Для вирішення цієї проблеми необхідним є розроблення методик синтезу регуляторів дробового порядку з їх каскадним ввімкненням для всіх контурів регулювання СПР подібно, як це робиться для ЕМС цілого порядку. Тим самим забезпечується отримання інженерної методики синтезу каскадно ввімкнених дробових регуляторів багатоконтурних ЕМС.

3. Ціль та задачі дослідження

Метою досліджень є розробка методики структурно-параметричного синтезу регуляторів дробового порядку за умови їх каскадного ввімкнення в багатоконтурних електромеханічних системах. Це дає можливість створити нові та модернізувати існуючі електромеханічні системи з каскадним ввімкненням регуляторів з розширеним спектром динамічних властивостей, які відповідають бажаним формам дробового порядку. Крім цього реалізується процедура побудови систем автоматичного керування об'єктом регулювання дробового порядку.

Для досягнення поставленої цілі необхідно було вирішити наступні завдання:

- проаналізувати процедуру синтезу систем, які описуються ПФ дробового порядку;

- модернізувати метод синтезу узагальненого характеристичного полінома стосовно електромеханічних систем дробового порядку;
- синтезувати регулятори струму якоря та швидкості двигуна постійного струму, які каскадно ввімкнені, та дослідити динамічні характеристики таких електромеханічних систем;
- дослідити статичну похибку від дії збурення в синтезованих електромеханічних системах.

4. Застосування методу характеристичного дробового полінома для структурно-параметричного синтезу регуляторів дробового порядку

4. 1. Аналіз процедури синтезу систем дробового порядку та модернізація методу синтезу узагальненого характеристичного полінома для таких систем

Серед ЕМС можуть бути такі, у яких об'єкти керування описуються характеристичними поліномами дробового порядку q [17–20]. У цьому випадку, а також у випадку, коли в системі керування передбачається використання дробового регулятора, до синтезу ЕМС дробового порядку можна підійти аналогічно, як це робиться в СПР цілого порядку. В цьому випадку слід мати на увазі, що критерій оптимізації відповідатиме бажаному характеристичному поліному $H_d(s)$ дробового порядку. Для нього відомі перехідні функції координати регулювання, а тому вибір $H_d(s)$ здійснюється на основі вимог до динамічних характеристик даної координати регулювання.

Пропонується удосконалити метод узагальненого характеристичного полінома (УХП) [3, 4] для вибору структури і параметрів регуляторів дробового порядку. Попередньо слід вибрати якусь бажану форму дробового порядку. У роботі [3] пропонується дві такі форми: № 1 і № 2. Вирази їх передавальних функцій (ПФ) є такими:

$$W_{s1}(s) = \frac{\omega_{o1} / K_1}{s^q + \omega_{o1}}, \quad (1)$$

$$W_{s2}(s) = \frac{\omega_{o2}^q / K_1}{(s + \omega_{o2})^q}, \quad (2)$$

де ω_{o1} , ω_{o2} – середньгеометричний корінь відповідної бажаної форми, який визначає швидкість системи, K_1 – коефіцієнт підсилення зворотного зв'язку за координатою регулювання, q – дробовий порядок характеристичного полінома.

Алгоритм методу УХП для синтезу регуляторів дробового порядку полягає в наступному:

1. Згідно зі заданою структурною схемою замкненого контуру визначаємо його ПФ.

2. Розділивши чисельник і знаменник отриманої ПФ на чисельник, отримаємо вираз, який за структурою нагадує бажану дробову форму.

3. Вибираємо, як бажану, дробову форму № 1 (1) або форму № 2 (2). Виходячи з бажаних параметрів перехідного процесу: $(\delta, t_{0,95})$, ставиться вимога трансформації виразу, знайденого в попередньому пункті даного алгоритму, у вираз ПФ бажаної форми за допомогою реалізації відповідної ПФ регулятора.

4. З умови тотожності характеристичних поліномів контура регулювання і вибраної бажаної форми, отримується рівняння, з якого синтезується ПФ дробового регулятора.

Як приклад, розглянемо двоконтурну СПР, де об'єктом регулювання є електропривод «тиристорний перетворювач–двигун» (ТП–Д). Структурна схема такої ЕМС показана на рис. 1.

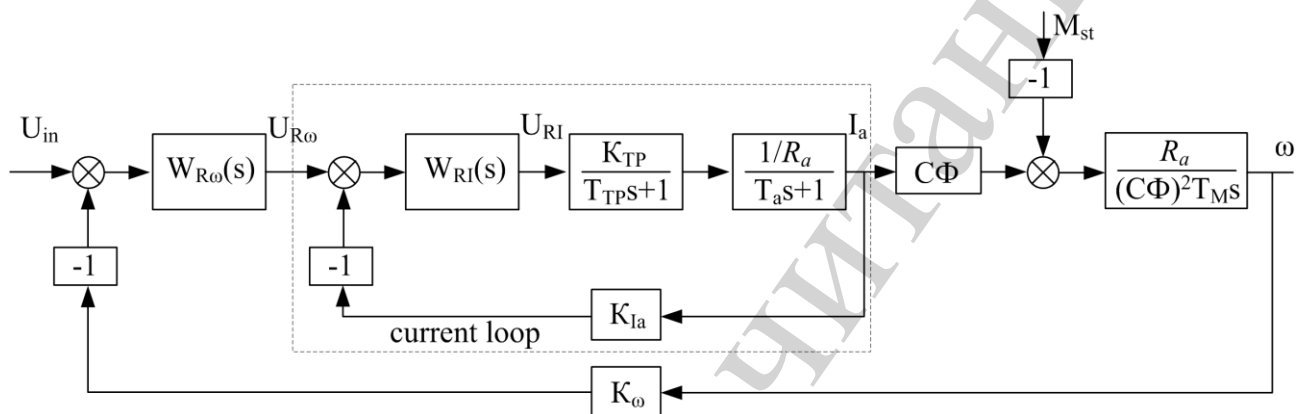


Рис. 1. Структурна схема двоконтурної СПР швидкістю двигуна ($W_{RI}(s)$ – передавальна функція контуру регулювання струму якоря I_a ; $W_{R\omega}(s)$ – передавальна функція контуру регулювання кутової швидкості двигуна ω ; K_{Ia} – коефіцієнт підсилення давача струму, K_{ω} – коефіцієнт підсилення давача швидкості, K_{TP} – коефіцієнт підсилення ТП; T_{TP} – стала часу ТП; R_a – сумарний опір якорного кола; C – конструктивна стала двигуна; Φ – магнітний потік збудження; T_a – електромагнітна стала часу якорного кола; T_M – електро механічна стала часу електроприводу; M_{st} – статичний момент навантаження)

4. 2. Синтез регулятора струму якоря двигуна постійного струму з використанням бажаних форм цілого та дробового порядку

Загальноприйнятою послідовністю синтезу СПР з каскадним ввімкненням регуляторів є синтез регуляторів, починаючи від внутрішнього контура, йдучи до зовнішнього контура, де є свій регулятор, котрий синтезується після завершення синтезу внутрішнього контуру. Тому розглянемо спочатку контур регулювання струму якоря за умови, що внутрішнім зворотним зв'язком за е. р. с. двигуна можна знехтувати.

Згідно зі структурною схемою, показаною на рис. 1, ПФ замкнутого струмового контура $W_I(s)$ має вигляд

$$W_I(s) = \frac{W_{RI}(s) \frac{K_{TP}}{(T_{TP}s + 1)} \frac{1/R_a}{(T_a s + 1)}}{1 + W_{RI}(s) \frac{K_{TP}}{(T_{TP}s + 1)} \frac{1/R_a}{(T_a s + 1)} K_{Ia}}. \quad (3)$$

Розділивши чисельник і знаменник, отриманої ПФ, на чисельник, і з урахуванням того, що вираз бажаного характеристичного полінома є першого порядку, отримаємо

$$W_I(s) = \frac{1}{\frac{(T_{TP}s + 1)(T_a s + 1)R_a}{W_{RI}(s) K_{TP}s} s + K_{Ia}}. \quad (4)$$

Задамося в ролі бажаної цілочисельною стандартною формою, наприклад: біноміальну чи Баттерворта першого порядку з ПФ

$$W_{sI}(s) = \frac{1/K_{Ia}}{T_{\mu I}s + 1}, \quad (5)$$

де $T_{\mu I}$ – так звана, мала некомпенсована стала часу контура регулювання струму якоря, яка враховує T_{TP} , а також інерційності системи вимірювання струму якоря та фільтра вищих гармонік.

Величина $T_{\mu I} < T_a$, а це означає, що швидкодія синтезованого контуру струму обумовлена тільки малою сталою часу.

Поставимо вимогу трансформації виразу (4) у вираз (5)

З умови тотожності характеристичних поліномів $H_{sI}(s)$ і $H_I(s)$, отримаємо:

$$\frac{(T_{\mu I}s + 1)(T_a s + 1)R_a}{2W_{RI}(s) K_{TP} K_{Ia} T_{\mu I}s} = 1. \quad (6)$$

Тепер знаходимо

$$W_{RI}(s) = \frac{(T_{\mu I}s + 1)(T_a s + 1)R_a}{2K_{TP} K_{Ia} T_{\mu I}s}. \quad (7)$$

Підставивши параметри ланок, що входять в контур струму, отримаємо ПФ регулятора струму.

$$W_{RI}(s) = 1,22 + \frac{22,896}{s} + 0,003778s.$$

Тобто, для цілочисельної стандартної форми отримано цілочисельний ПД-регулятор. На рис. 2 показано перехідна функція струму якоря, як реакція внутрішнього контура струму на дію стрибкоподібного задаючого впливу для цього контура.

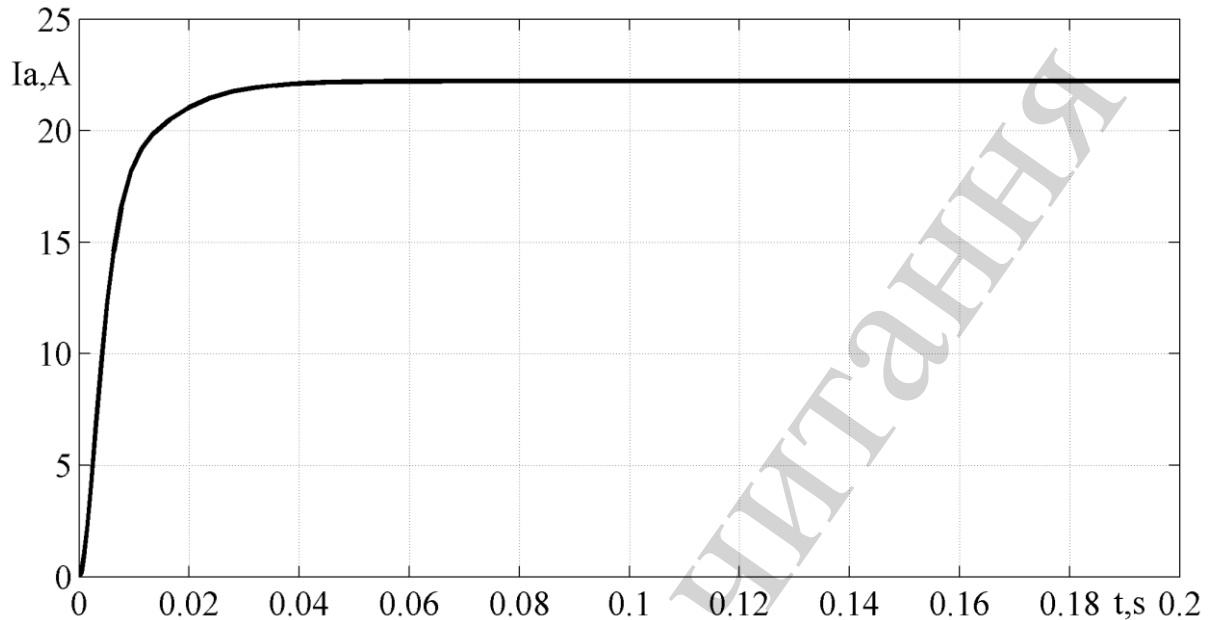


Рис. 2. Перехідна функція оптимізованого контура з цілочисельним ПД-регулятором струму

Симуляційні дослідження для даного випадку, а також всіх наступних систем, проводилися за допомогою стимуляційних моделей, реалізованих в пакеті прикладних програм MATLAB Simulink та пакету NINTEGER, як додатку до пакету MATLAB Simulink.

Аналогічним чином синтезуємо регулятор струму, виходячи з бажаної дробової форми № 1 $W_{sl}(s)$ (1).

Поставимо вимогу трансформації виразу (3) у вираз (1), у який введено коефіцієнт зворотного зв'язку $K_1 = K_{Ia}$.

З умови тотожності $W_l(s)$ і $W_{sl}(s)$, отримаємо:

$$\frac{1}{\frac{(T_{\mu}s + 1)(T_a s + 1)R_a}{W_{RI}(s)K_{TP}} + K_{Ia}} = \frac{\omega_{oc} / K_{Ia}}{s^q + \omega_{o1}}. \quad (8)$$

Розв'язавши рівняння (8), отримаємо:

$$W_{RI}(s) = \frac{(T_{\mu}s + 1)(T_a s + 1)R_a \omega_{o1}}{K_{TP} K_{Ia} s^q}. \quad (9)$$

Отже, в результаті синтезу отримано структуру регулятора струму якоря дробового порядку.

Нехай бажаними динамічними характеристиками струму якоря будуть: перегулювання $\delta=6,80\%$ і час досягнення $0,95$ усталеного значення $t_{0,95}=0,042$ с. Це забезпечує бажана форма (рядок № 5 табл. 1) з параметрами $q=1,2$, $\omega_{o1}=100$ с⁻¹.

Таблиця 1

Параметри перехідних функцій бажаної форми дробового порядку № 1 для $\omega_{o1}=100$ с⁻¹

№	q	$\delta, \%$	$t, \text{с}$	$t_{\text{рег}}, \text{с}$
1	0,8	0	0,0283	0,0283
2	0,9	0	0,0299	0,0299
3	1,0	0	0,0319	0,0319
4	1,1	2,5	0,0361	0,0361
5	1,2	6,76	0,0424	0,1106
6	1,3	11,52	0,0506	0,1628

Підставивши параметри ланок, що входять в контур струму, отримаємо ПФ регулятора струму для $\omega_{o1}=100$ с⁻¹.

$$W_{RI}(s) = \frac{0,805}{s^{0,2}} + \frac{15,111}{s^{1,2}} + 0,0025s^{0,8}. \quad (10)$$

За використання такого регулятора отримуємо перехідний процес з наступними параметрами: $\delta=7,0\%$, $t_{0,95}=0,0404$ с (рис. 3, крива 5), тобто відхилення від заданих параметрів не перевищує 1 %.

Підставивши параметри ЕМС за умови ($q=0,8-1,1$ для $\omega_{o1}=100$ с⁻¹) отримаємо наступні вирази ПФ регулятора струму

$$W_{RI}(s) = 0,805s^{0,2} + \frac{15,111}{s^{0,8}} + 0,0025s^{1,2} \text{ для } q=0,8,$$

$$W_{RI}(s) = 0,805s^{0,1} + \frac{15,111}{s^{0,9}} + 0,0025s^{1,1} \text{ для } q=0,9,$$

$$W_{RI}(s) = 0,805 + \frac{15,111}{s} + 0,0025s \text{ для } q=1,0,$$

$$W_{RI}(s) = \frac{0,805}{s^{0,1}} + \frac{15,111}{s^{1,1}} + 0,0025s^{0,9} \text{ для } q=1,1.$$

Дослідивши перехідні функції струму якоря за умови зміни q в межах від 1,0 до 1,2 для $\omega_{o1}=100$ с⁻¹, отримано сімейство графіків, які показано на рис. 3.

Такий підхід дозволяє синтезувати регулятор струму і за умови використання іншої бажаної форми дробового порядку.

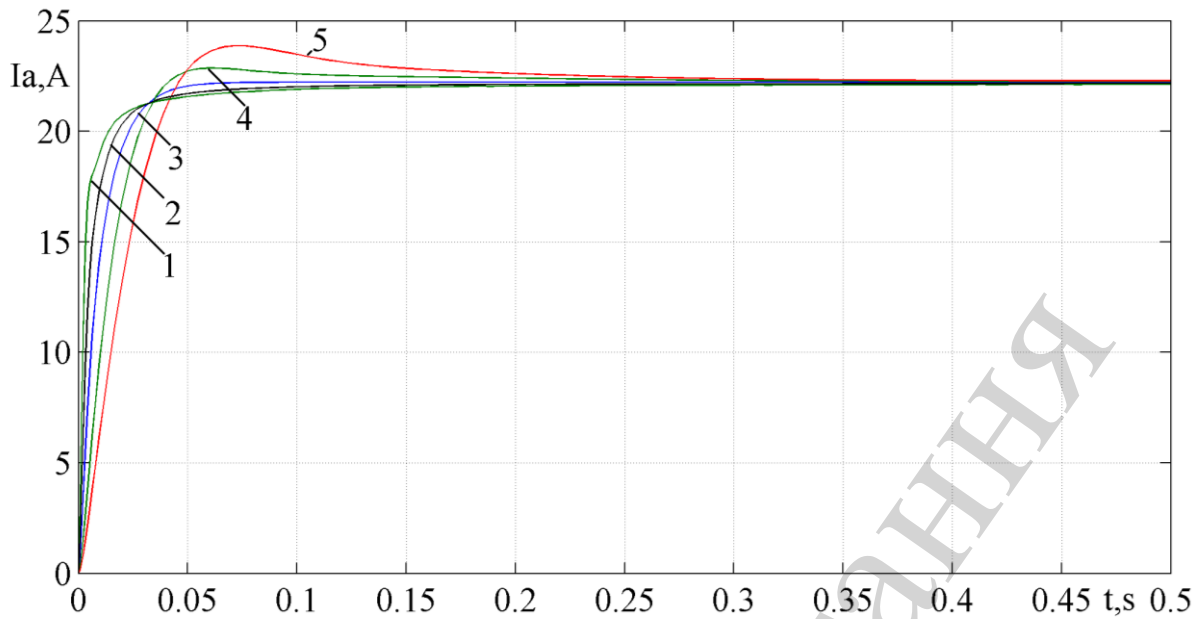


Рис. 3. Перехідні функції оптимізованого контура струму з регулятором струму (9), якщо: $q=0,8$ – крива 1; $q=0,9$ – крива 2; $q=1,0$ – крива 3; $q=1,1$ – крива 4; $q=1,2$ – крива 5

4. 3. Синтез регулятора швидкості двигуна постійного струму з використанням бажаних форм дробового порядку

Розглянемо тепер процедуру синтезу регулятора кутової швидкості двигуна з урахуванням, що внутрішній струмовий контур оптимізований, або з умови бажаної форми цілого, або дробового порядку. У той же час критерій оптимізації контура швидкості відповідатиме бажаній дробовій формі.

Спочатку розглянемо випадок оптимізації контура швидкості за умови, що контур струму синтезовано згідно (5), тобто цілочисельна ПФ. Тоді передавальна функція замкненого контура швидкості, з урахуванням ПФ оптимізованого контура струму (5), матиме вигляд:

$$W_{\omega}(s) = \frac{W_{R\omega}(s) \frac{1/K_{Ia}}{T_{\mu}s + 1} \frac{R_a}{C\Phi T_M s}}{1 + W_{R\omega}(p) \frac{1/K_{Ia}}{T_{\mu}s + 1} \frac{R_a}{C\Phi T_M s} K_{\omega}}. \quad (11)$$

Розділивши чисельник і знаменник отриманої ПФ на чисельник, отримаємо

$$W_{\omega}(s) = \frac{1}{\frac{K_{Ia}(T_{\mu}s + 1)C\Phi T_M s}{W_{R\omega}(s)R_a} + K_{\omega}}. \quad (12)$$

Вибираємо, як бажану, дробову форму (1). Тоді для контура швидкості можемо записати:

$$W_{s1}(s) = \frac{\omega_{o\omega} / K_{\omega}}{s^q + \omega_{o\omega}}, \quad (13)$$

де $\omega_{o\omega}$ – бажане значення середньгеометричного кореня контура швидкості.

З умови рівності $W_{\omega}(s) = W_{s1}(s)$, отримаємо наступний вираз ПФ регулятора швидкості

$$W_{R\omega}(s) = \frac{(T_M s + 1) C \Phi T_M K_{Ia} \omega_{o\omega} s}{R_a K_{\omega} s^q}. \quad (14)$$

Підставивши параметри ЕМС за умови ($q=0,8-1,2$ для $\omega_{o\omega}=10 \text{ c}^{-1}$) отримано такі ПФ регулятора швидкості:

$$W_{R\omega}(s) = 8,8s^{0,2} + 0,0581s^{1,2} \text{ для } q=0,8,$$

$$W_{R\omega}(s) = 8,8s^{0,1} + 0,0581s^{1,1} \text{ для } q=0,9,$$

$$W_{R\omega}(s) = 8,8 + 0,0581s \text{ для } q=1,0,$$

$$W_{R\omega}(s) = \frac{8,8}{s^{0,1}} + 0,0581s^{0,9} \text{ для } q=1,1,$$

$$W_{R\omega}(s) = \frac{8,8}{s^{0,2}} + 0,0581s^{0,8} \text{ для } q=1,2.$$

Таблиця 2

Параметри перехідних функцій бажаної форми дробового порядку № 1 для $\omega_{o1}=10 \text{ c}^{-1}$

№	q	$\delta, \%$	$t, \text{ c}$	$t_{\text{рег}}, \text{ c}$
1	0,8	0	0,485	0,485
2	0,9	0	0,365	0,365
3	1,0	0	0,3	0,3
4	1,1	2,7	0,28	0,28
5	1,2	7,3	0,28	0,75
6	1,3	13,3	0,29	0,94

Дослідивши перехідні функції швидкості двигуна, отримаємо сімейство графіків, які показано на рис. 4.

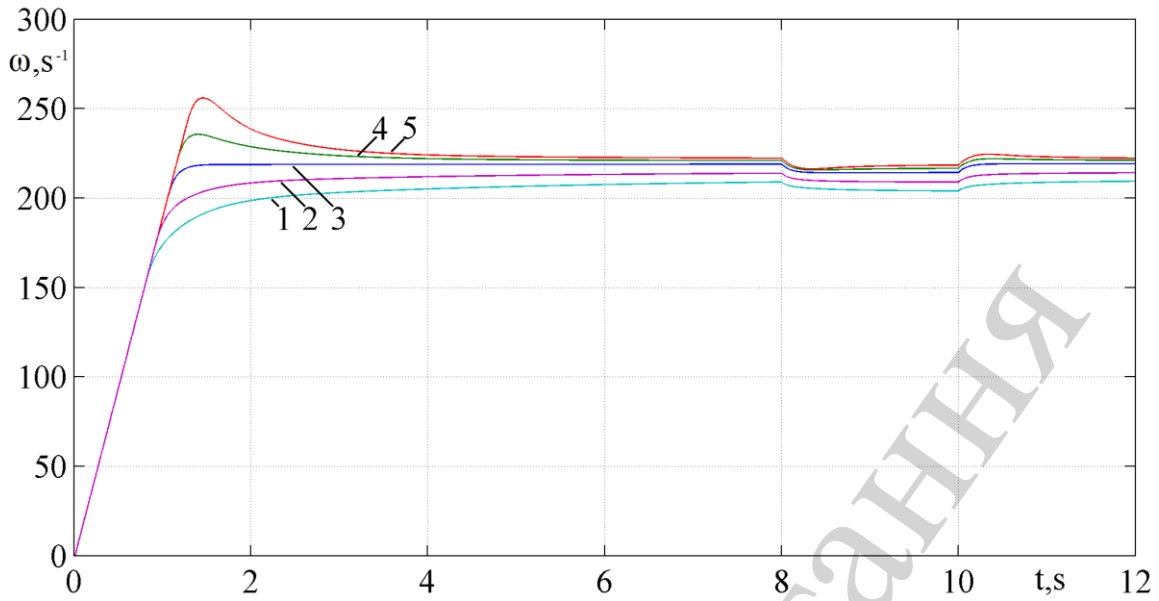


Рис. 4. Перехідні функції оптимізованого контура швидкості з регулятором швидкості (14), якщо: $q=0,8$ – крива 1; $q=0,9$ – крива 2; $q=1,0$ – крива 3; $q=1,1$ – крива 4; $q=1,2$ – крива 5

Розглянемо тепер випадок оптимізації контура швидкості за умови, що контур струму було синтезовано згідно (1), тобто має місце дробова ПФ контура струму.

В такому разі можемо записати наступний вираз ПФ контура швидкості:

$$W_{\omega}(s) = \frac{W_{R\omega}(s) \frac{\omega_{ol} / K_{la}}{s^q + \omega_{ol}} \frac{R_a}{C\Phi T_M s}}{1 + W_{R\omega}(s) \frac{\omega_{ol} / K_{la}}{s^q + \omega_{ol}} \frac{R_a}{C\Phi T_M s} K_{\omega}}. \quad (15)$$

Розділивши чисельник і знаменник отриманої ПФ на чисельник, отримаємо

$$W_{\omega}(s) = \frac{1}{\frac{(s^q + \omega_{ol}) C\Phi T_M K_{la} s}{W_{R\omega}(s) \omega_{ol} R_a} + K_{\omega}}. \quad (16)$$

Як і в попередньому випадку вибираємо бажаною дробову форму (13). Тоді з умови рівності $W_{\omega}(s) = W_{s1}(s)$ отримаємо:

$$W_{R\omega}(s) = \frac{(s^q + \omega_{ol}) C\Phi T_M K_{la} \omega_{\omega} s}{R_a \omega_{ol} K_{\omega} s^{qsh}}. \quad (17)$$

Підставивши параметри ЕМС за умови ($q=0,8-1,2$ для $\omega_{00}=10\text{ c}^{-1}$) отримаємо наступні вирази ПФ регулятора швидкості

$$W_{R\omega}(s) = 8,8s^{0,2} + 0,088s^{1,2} \text{ для } q=0,8,$$

$$W_{R\omega}(s) = 8,8s^{0,1} + 0,088s^{1,1} \text{ для } q=0,9,$$

$$W_{R\omega}(s) = 8,8 + 0,088s \text{ для } q=1,0,$$

$$W_{R\omega}(s) = \frac{8,8}{s^{0,1}} + 0,088s^{0,9} \text{ для } q=1,1,$$

$$W_{R\omega}(s) = \frac{8,8}{s^{0,2}} + 0,088s^{0,8} \text{ для } q=1,2.$$

Перехідні процеси швидкості в синтезованій такій двоконтурній СПР є аналогічними до результатів, показаних на рис. 4. Це пояснюється тим, що отримані вирази ПФ регуляторів швидкості були знайдені на основі тих самих виразів бажаних дробових ПФ.

4. 4. Аналіз статичних похибок від дії збурення в синтезованих електромеханічних системах

За умови накиду навантаження у вигляді моменту статичного навантаження на 8-ій секунді, має місце статична похибка, яку на графіку у збільшеному вигляді показано на рис. 5. Її величина лежить в межах: 3,67 % – крива 1; 2,81 % – крива 2; 1,49 % – крива 3; 1,35 % – крива 4; 1,26 % – крива 5.

Таким чином, синтезована ЕМС є статичною і її статична похибка залежить від значення q .

Дещо відмінними виявилися процеси відпрацювання накиду навантаження, але тільки для $q < 1$. Ця відмінність проявилася у зменшенні статичної похибки для кривої 1 на 0,03 %, а кривої 2-на 0,02 %, що є зневажливо малим. Слід зауважити, що із ростом значення q статична похибка від дії збурення зменшується. Проведені дослідження показали, що за умови $q \geq 1,7$ практично досягається властивість параметричного астатизму системи (статична похибка від дії збурення відсутня). Поряд із цим спостерігається збільшення часу регулювання відносно дії завдання, а за умови $q=1,9$ мають місце слабо демпфовані коливання швидкості двигуна за умови відпрацювання і завдання, і збурення. Якщо прийняти $q=2,0$, тобто умова (13) трансформується в цілочисельну передавальну функцію нестійкої системи, то симуляційні дослідження підтвердили цю нестійкість.

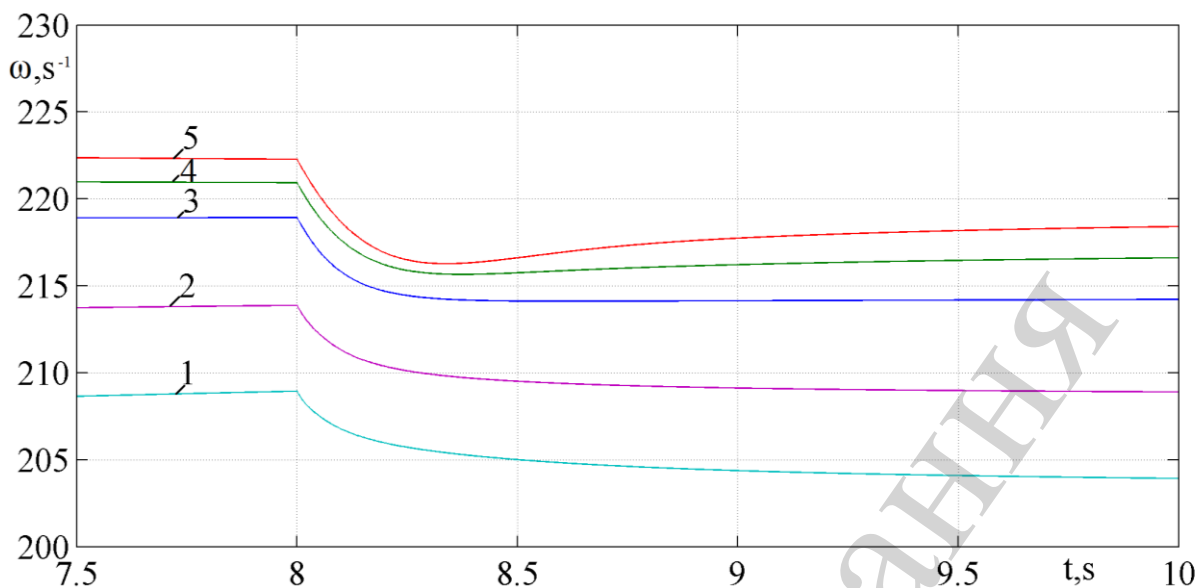


Рис. 5. Перехідні функції оптимізованого контура швидкості з регулятором швидкості (14) в момент накиду навантаження, якщо: $q=0,8$ – крива 1; $q=0,9$ – крива 2; $q=1,0$ – крива 3; $q=1,1$ – крива 4; $q=1,2$ – крива 5

5. Обговорення результатів розробки методики

Запропонований підхід до синтезу контурів САК на основі дробового характеристичного поліному дозволяє забезпечувати бажану якість перехідного процесу за умови реалізації певної структури дробового регулятора, яка залежить від передавальної функції об'єкта керування. Застосування дробових бажаних форм розширює гамму можливих налаштувань регуляторів дробового порядку при синтезі контурів ЕМС, забезпечує кращу якість перехідних процесів, порівняно з регуляторами цілого порядку і, тим самим, підвищує ефективність синтезованих систем. На основі отриманих результатів досліджень для налагодження контурів ЕМС можна рекомендувати дробові бажані форми – форму № 1 (1) при $q=0,9 \div 1,8$, або форму № 2 (2) як такі, що задовольняють бажані вимоги до систем керування ЕМС.

Слід відзначити, що синтез контурів ЕМС відносно форми (2) має свої особливості. Іншими є також і динамічні характеристики таких систем, зокрема в цьому випадку для $q=2,0$ система буде стійкою і відповідатиме ланці другого порядку. Проблема синтезу регуляторів в таких системах полягає в тому, що характеристичний поліном бажаної форми (2) потребує попереднього розкладу у якийсь ряд, наприклад Тейлора. Кількість членів ряду впливає на точність апроксимації, а тому потребує додаткового аналізу. Метою такого аналізу є встановлення оптимальної кількості членів ряду, виходячи з відповідності динамічних характеристик бажаної форми (2) та її апроксимації. Подальші дослідження можуть бути проводитись в напрямку вирішення цієї проблеми.

6. Висновки

1. Модернізовано метод синтезу узагальненого характеристичного полінома для ЕМС дробового порядку та наведено алгоритм синтезу регуляторів дробового порядку відповідних контурів регулювання. Модернізація полягає у знаходженні передавальних функцій дробових регуляторів на основі формування та розв'язування рівняння для бажаної форми дробового порядку.

2. Синтезовано регулятори струму і швидкості, які характеризуються широким спектром динамічних властивостей, зокрема встановлено, що збільшення значення q тягне за собою збільшення величини перерегулювання під час відпрацювання сигналу завдання та зменшення статичної похибки швидкості в двоконтурній ЕМС від дії збурення у вигляді моменту статичного навантаження.

3. На основі аналізу динамічних властивостей систем показано можливість реалізації каскадно ввімкнених регуляторів для ЕМС, де поєднуються контури з ПФ цілого і дробового порядку, а також систем з контурами тільки дробового порядку.

4. Для синтезованих ЕМС згідно форми (1) встановлено, що таким системам властивий параметричний астатизм, який спостерігається для $q \geq 1,7$. У той же час слід мати на увазі, що починаючи від $q=1,9$ починаються слабо демпфовані коливання координат регулювання, які переходять в незатухаючі, коли $q=2,0$, тобто система стає нестійкою.

Література

1. Setiawan, I., Facta, M., Priyadi, A., Purnomo, M. (2017). Investigation of symmetrical optimum PI controller based on plant and feedback linearization in grid-tie inverter systems. *International Journal of Renewable Energy Research*, 7 (3), 1228–1234.
2. Barbosa, A., Junior, G., Barros, P. (2014). Symmetrical optimum based PI control redesign. In *Proc. of the IEEE Conference on Control Applications (CCA 2014)*, 1143–1149.
3. Марущак, Я. Ю., Копчак, Б. Л. (2014). Дробові стандартні форми для синтезу електромеханічних систем. *Електротехнічні та комп'ютерні системи*, 15 (91), 57–60.
4. Cirtoaje, V., Baiesu, A., Mihalache, S. (2009). Two controller design procedures using closed-loop pole placement technique. *Control engineering and applied informatics*, 11 (1), 34–42.
5. Marushchak, Y., Kopchak, B. (2015). Synthesis of automatic control systems by using binomial and Butterworth standard fractional order forms. *Computational problems of electrical engineering*, 5 (2), 89–94.
6. Lozynskyy, O., Lozynskyy, A., Kopchak, B., Paranchuk, Y., Kalenyuk, P., Marushchak, Y. (2017). Synthesis and research of electromechanical systems described by fractional order transfer functions. *2017 International Conference on Modern Electrical and Energy Systems (MEES)*. doi: <https://doi.org/10.1109/mees.2017.8248877>

7. Lino, P., Maione, G., Salvatore, N., Stasi, S. (2016). Fractional-order PI control of PMSM drives in nested loops. *International Conference on Fractional Differentiation and its Applications*. Novi Sad, 333–342.
8. Zheng, W., Wang, X., Pi, Y. (2015). Study of the fractional order proportional integral controller for PMSM based on differential evolution algorithm. *2015 IEEE Advanced Information Technology, Electronic and Automation Control Conference (IAEAC)*. doi: <https://doi.org/10.1109/iaeac.2015.7428547>
9. Ruszewski, A., Sobolewski, A. (2013). Position control of DC motor using fractional order controller. *Archives of Electrical Engineering*, 62 (3), 505–516. doi: <https://doi.org/10.2478/ae-2013-0041>
10. Leuzzi, R., Lino, P., Maione, G., Stasi, S., Padula, F., Visioli, A. (2014). Combined fractional feedback-feedforward controller design for electrical drives. *ICFDA'14 International Conference on Fractional Differentiation and Its Applications 2014*. doi: <https://doi.org/10.1109/icfda.2014.6967380>
11. Bendjedja, M., Tehrani, K. A., Azzouz, Y. (2014). Design of RST and Fractional order PID controllers for an Induction motor drive for Electric Vehicle Application. *7th IET International Conference on Power Electronics, Machines and Drives (PEMD 2014)*. doi: <https://doi.org/10.1049/cp.2014.0445>
12. Xue, D., Zhao, C., Chen, Y. (2006). Fractional order PID control of a DC-motor with elastic shaft: a case study. *2006 American Control Conference*. doi: <https://doi.org/10.1109/acc.2006.1657207>
13. Copot, C., Muresan, C., Keyser, R. (2013). Speed and position control of a DC motor using fractional order PI-PD control. *3rd International Conference on Fractional Signals and Systems – FSS 2013*. Ghent.
14. Petras, I. (2009). Fractional-order feedback control of a DC motor. *Journal of Electrical Engineering*, 60 (3), 117–128.
15. Ahuja, A., Aggarwal, S. (2014). Design of fractional order PID controller for DC motor using evolutionary optimization techniques. *WSEAS Transactions on systems and control*, 9, 171–182.
16. Ahuja, A., Tandon, B. (2014). Design of Fractional Order PID controller for dc motor using Genetic Algorithm. *TELKOMNIKA Indonesian Journal of Electrical Engineering*, 12 (12). doi: <https://doi.org/10.11591/telkomnika.v12i12.6470>
17. Васильев, В. В., Симак, Л. А. (2008). Дробное исчисление и аппроксимационные методы в моделировании динамических систем. Київ: НАН України, 256.
18. Марущак, Я. Ю., Копчак, Б. Л., Копчак, Л. С. (2013). Регулятори дробового порядку в системах підпорядкованого регулювання напруги автономного асинхронного генератора. *Вісн. Нац. ун-ту “Львівська політехніка”. Серія: Електроенергетичні та електромеханічні системи*, 763, 76–80.
19. Dzieliński, A., Sierociuk, D., Sarwas, G. (2010). Some applications of fractional order calculus. *Bulletin of the Polish Academy of Sciences: Technical Sciences*, 58 (4). doi: <https://doi.org/10.2478/v10175-010-0059-6>
20. Calderon, A. J., Vinagre, B. M., Feliu, V. (2003). Fractional sliding mode control of a DC-DC buck converter with application to DC motor drives. In *Proc. of the 11th International Conference on Advanced Robotics (ICAR 2003)*, 252–257.